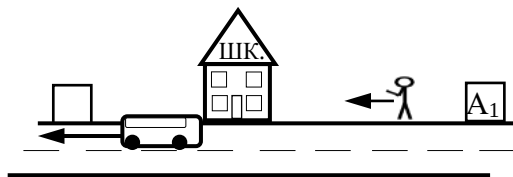


Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс.

1. Школа находится между двумя автобусными остановками A_1 и A_2 . Школьник заметил, что на какой бы остановке он ни выходил, он всегда приходит в школу в одно и то же время. Найти, во сколько раз расстояние от первой остановки до школы больше расстояния от второй остановки до школы. Считать, что скорости автобуса и школьника постоянны и равны $v = 40$ км/ч и $u = 5$ км/ч, соответственно, а автобус ходит строго по расписанию. Временем остановки пренебречь.



Решение.

Пусть l_1 и l_2 — расстояния от остановок A_1 и A_2 до школы, соответственно. Тогда время, которое затратит школьник на путь от остановки A_1 до школы, равно

$$\frac{l_1}{u}. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Если школьник проедет на автобусе до остановки A_2 , время, которое он затратит на проезд между остановками на автобусе, а также на путь от остановки до школы, суммарно составит

$$\frac{l_1 + l_2}{v} + \frac{l_2}{u}. \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

По условию, эти два времени равны, так как на какой бы остановке школьник ни выходил, он всегда приходит в школу в одно и то же время. Приравняв выражения (1) и (2), и выразив искомое отношение расстояний, найдём

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{v - u}{v + u}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив сюда значения скоростей, получим

$$\text{ответ: } \frac{l_1}{l_2} = \frac{v - u}{v + u} = \frac{9}{7}. \quad (2 \text{ б.})$$

2. Школьник обратил внимание, что подъём на эскалаторе в метро, если стоять на нём неподвижно, занимает $t_1 = 90$ сек. Если пройти вперёд $n = 10$ ступеней, то подъём займёт $t_2 = 70$ сек. Сколько ступеней N успел пройти вперёд школьник за время подъёма эскалатора, если время подъёма составило $t_3 = 30$ сек?

Решение.

Пусть L — длина эскалатора, а l — длина одной ступени, u — скорость эскалатора. Подъём, если стоять на эскалаторе неподвижно, занимает время

$$t_1 = \frac{L}{u}. \quad (2 \text{ б.})$$

Если школьник пройдёт вперёд n ступеней, то время подъёма составит

$$t_2 = \frac{L - n \cdot l}{u} = t_1 - \frac{n \cdot l}{u}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Аналогичное выражение в случае, если школьник пройдёт вперёд N ступеней, имеет вид:

$$t_3 = \frac{L - N \cdot l}{u} = t_1 - \frac{N \cdot l}{u}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

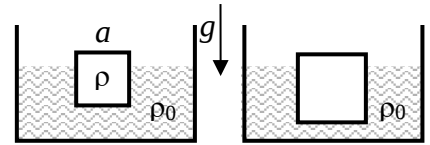
Выразив отношение l/u из (1), и подставив его в (2), найдём

$$N = \frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2} n. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив сюда численные значения, получим

$$\text{ответ: } N = \frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2} n = 30. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Деревянный брусок плотности ρ в виде кубика со стороной a плавает в воде плотности ρ_0 как показано на рисунке. Через некоторое время брусок разбух так, что каждая его сторона увеличилась в k раз, а глубина, на которую он погружен в воду, увеличилась на Δh . Найти, какой объём воды впитал брусок.



Решение.

На брусок действуют сила тяжести mg и сила Архимеда $\rho_0 V_{\text{п}} g$. Пусть h — глубина, на которую погружен брусок. Учитывая, что масса бруска равна $m = \rho a^3$, а объём погруженной части равен $V_{\text{п}} = a^2 h$, условие равновесия примет вид:

$$\rho a^3 g = \rho_0 a^2 h g. \quad (4 \text{ б.})$$

Когда брусок разбух, к массе бруска ρa^3 добавилась масса жидкости $\rho_0 V$, а объём погруженной части стал равным $(ka)^2(h + \Delta h)$. Условие равновесия принимает вид:

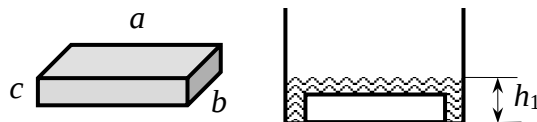
$$(\rho a^3 + \rho_0 V) g = \rho_0 (ka)^2 (h + \Delta h) g. \quad (4$$

б.)

Подставив сюда h , выраженное из предыдущего уравнения, и выразив искомый объём V , найдём

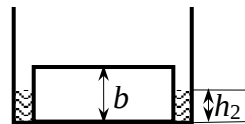
$$\text{ответ: } V = a^3 \left[\frac{\rho}{\rho_0} (k^2 - 1) + \frac{\Delta h}{a} k^2 \right]. \quad (2 \text{ б.})$$

4. Сплошной прямоугольный брусок с размерами $a \times b \times c = 10 \times 5 \times 3 \text{ см}^3$ лежит на дне прямоугольного сосуда с водой на самой большой по площади грани. При этом высота уровня воды в сосуде составляет $h_1 = 4 \text{ см}$. Если брусок поставить на среднюю по площади грань, то высота уровня воды в сосуде станет равной $h_2 = 3 \text{ см}$. Найти высоту уровня воды в сосуде h_3 , если кирпич поставить на самую маленькую грань.



Решение.

Пусть S — площадь дна сосуда. После того, как брусок положили на среднюю грань, уровень воды в сосуде опустился до $h_2 = 3 \text{ см}$. Учитывая, что $h_2 < b$ (см. рисунок), условие сохранения объёма воды в сосуде примет вид:



$$Sh_1 - abc = Sh_2 - ah_2c. \quad (3 \text{ б.})$$

Выразив отсюда S , найдём:

$$S = \frac{b - h_2}{h_1 - h_2} ac. \quad (1)$$

Когда брусок оказывается на самой маленькой грани, уровень воды в сосуде ещё опустится. условие сохранения объёма воды в сосуде примет вид:

$$Sh_1 - abc = Sh_3 - h_3bc. \quad (3 \text{ б.})$$

Выразив отсюда h_3 и подставив S из (1), найдём:

$$h_3 = \frac{b - h_1}{a(b - h_2) - b(h_1 - h_2)} ah_2. \quad (2)$$

б.)

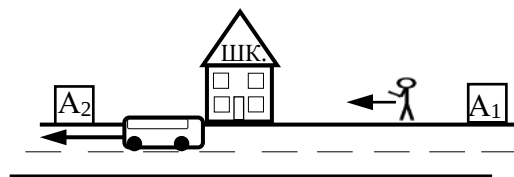
Подставив сюда численные значения, получим

$$\text{ответ: } h_3 = 2 \text{ (см)}. \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 9 класс.

1. Школа находится между двумя автобусными остановками A_1 и A_2 . Школьник заметил, что на какой бы остановке он ни выходил, он всегда приходит в школу в одно и то же время. Расстояние от первой остановки до школы больше расстояния от второй остановки до школы в $9/7$ раз. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости школьника? Считать, что скорости автобуса и школьника постоянны, а автобус ходит строго по расписанию. Временем остановки пренебречь.



Решение.

Пусть l_1 и l_2 — расстояния от остановок A_1 и A_2 до школы, соответственно. Тогда время, которое затратит школьник на путь от остановки A_1 до школы равно

$$\frac{l_1}{u}, \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

где u — скорость школьника. Если школьник проедет на автобусе до остановки A_2 , время, которое он затратит на проезд между остановками на автобусе, а также на путь от остановки до школы, суммарно составит

$$\frac{l_1 + l_2}{v} + \frac{l_2}{u}, \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

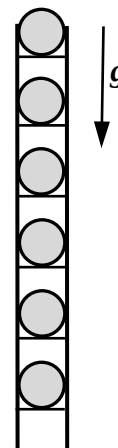
где v — скорость автобуса. По условию, эти два времени равны, так как на какой бы остановке школьник ни выходил, он всегда приходит в школу в одно и то же время. Приравняв выражения (1) и (2), и выразив искомое отношение скоростей, найдём

$$\frac{v}{u} = \frac{\frac{l_2}{l_1} + 1}{\frac{l_2}{l_1} - 1}. \quad (2 \text{ б.})$$

Учитывая, что $l_2/l_1 = 9/7$ по условию, получим

$$\text{ответ: } \frac{v}{u} = 8. \quad (2 \text{ б.})$$

2. В вертикальной закрытой снизу трубке расположены на одинаковом расстоянии друг от друга 6 одинаковых металлических шаров диаметра D . Центр нижнего шара находится на высоте $2D$ над дном трубки, следующего — на высоте $4D$ и т.д. На месте шары удерживаются тонкими палочками, вставленными в стенки трубки. Палочку под верхним шаром резко убирают, он падает и ударяется о второй, при этом ломается вторая палочка. Далее при ударах следующие палочки также ломаются и перестают удерживать шары. Найти, через какое время после выдергивания палочки нижний шар ударится о дно трубки. Ускорение свободного падения g . Соударения шаров упругие. Потерями энергии при разрушении палочек, влиянием воздуха, трением между шарами и стенками пренебречь.



Решение.

Из законов сохранения следует, что одинаковые шары при упругом ударе обмениваются скоростями, то есть, например, при ударе первого шара о второй — первый остановится, а второй будет двигаться вниз со скоростью, которая перед ударом была у первого шарика. (3 б.)
Рассматривая подобным образом остальные соударения и учитывая, что временем соударения упругих шаров можно пренебречь, получим, что искомое время совпадает со временем падения одного шара с высоты

$$H = 6,5 D \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

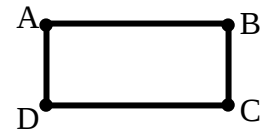
(нижнему шару нужно пролететь расстояние $1,5D$, так как он ударится о дно, когда его центр будет находиться на расстоянии $D/2$ от дна). Время падения тела в поле тяжести с высоты H определяется как

$$t = \sqrt{2H / g} . \quad (2 \text{ б.})$$

Подставляя сюда H из (1), получим

$$\text{ответ: } t = \sqrt{13D / g} . \quad (2 \text{ б.})$$

3. Прямоугольник ABCD сделан из однородной проволоки. Если измерить сопротивление между точками A и B, то оно окажется в k раз больше, чем сопротивление, измеренное между точками B и C. Определите, во сколько раз отличаются длины сторон прямоугольника.



Решение.

Сопротивление однородной проволоки пропорционально её длине l :

$$R = \rho \frac{l}{S} , \quad (2 \text{ б.})$$

где ρ — удельное сопротивление материала проволоки, S — площадь её сечения. Пусть длина стороны AB $l_{AB} = a$, а длина стороны BC $l_{BC} = b$. Обозначим сопротивления, соответствующие длинам сторон через

$$R_a = \rho a / S \quad (1)$$

и

$$R_b = \rho b / S . \quad (2)$$

Тогда сопротивление между точками A и B состоит из параллельно соединённых сопротивлений R_a и $R_a + 2R_b$:

$$R_{AB} = \frac{R_a (R_a + 2R_b)}{2R_a + 2R_b} . \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

Сопротивление между точками B и C состоит из параллельно соединённых сопротивлений R_b и $R_b + 2R_a$:

$$R_{BC} = \frac{R_b (R_b + 2R_a)}{2R_a + 2R_b} . \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

По условию известно, что

$$\frac{R_{AB}}{R_{BC}} = k.$$

Подставляя сюда R_{AB} из (3) и R_{BC} из (4), предварительно подставив в эти выражения R_a из (1) и R_b из (2), получим

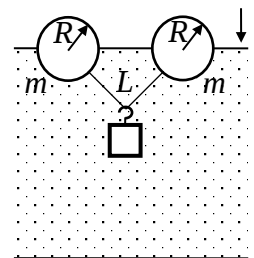
$$\frac{a(a+2b)}{b(b+2a)} = k. \quad (2.6.)$$

Выражая отсюда искомое отношение a/b и оставляя только положительный корень, так как сопротивление неотрицательно, получим

$$\text{ответ: } \frac{a}{b} = k - 1 + \sqrt{k^2 - k + 1}. \quad (2.6.)$$

4. Два сферических поплавка массы m и радиуса R связаны лёгкой верёвкой длины L и плавают, наполовину погруженные в жидкость. К середине верёвки цепляют груз, и вся система тонет. Какое натяжение имеет верёвка в затонувшей системе, когда груз покоится на дне? Ускорение свободного падения g .

Решение.

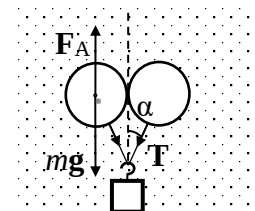


До того, как к поплавкам прицепили груз, они плавали наполовину погруженные в жидкость. В этот момент нить была не натянута, а сила тяжести каждого из поплавков уравновешивалась силой Архимеда, определяемой объёмом погруженной части:

$$mg = \rho \cdot (V / 2) g, \quad (1) \quad (2.6.)$$

где ρ — плотность жидкости, а V — объём поплавка.

После того как прицепленный груз опустился на дно, поплавки погрузились под воду, и система пришла в равновесие, на каждый из поплавков стала действовать сила тяжести mg , направленная вниз, сила натяжения нити T , направленная к центру поплавка, сила Архимеда $F_A = \rho V g$, направленная вверх, и сила реакции со стороны второго поплавка, направленная горизонтально. Поскольку каждый из поплавков покоится, сумма этих сил равна нулю. Запишем это условие в проекции на вертикальную ось:



$$T \cos \alpha + mg = \rho V g. \quad (2) \quad (3.6.)$$

Выражая ρ из (1) и подставляя в (2), найдём натяжение нити:

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}. \quad (3) \quad (1.6.)$$

$\cos \alpha$ в прямоугольном треугольнике, образованном катетом, равным R , гипотенузой, равной радиусу и половине длины нити $R + L/2$, и вертикалью H , можно выразить как отношение длины вертикали к длине гипотенузы:

$$\cos \alpha = \frac{H}{R + L / 2}. \quad (1.6.)$$

Тогда длину вертикали можно получить, используя теорему Пифагора:

$$H = \sqrt{(R + L / 2)^2 - R^2} . \quad (1 \text{ б.})$$

Подставив H из этого выражения в предыдущее, а получившееся выражение для $\cos \alpha$ в (3), получим

$$\text{ответ: } T = mg \frac{L + 2R}{\sqrt{L^2 + 4RL}} . \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 10 класс.

1. Школьник обратил внимание, что подъём на эскалаторе в метро, если стоять на нём неподвижно, занимает $t_1 = 90$ с. Если за время подъёма пройти вверх на $n = 10$ ступеней, то подъём займёт $t_2 = 70$ с. Сколько времени t_3 займёт подъём, если школьник за время подъёма эскалатора успеет пройти вверх на $N = 30$ ступеней?

Решение.

Пусть L — длина эскалатора, а l — длина одной ступени, u — скорость эскалатора. Подъём, если стоять на эскалаторе неподвижно, занимает время

$$t_1 = \frac{L}{u}. \quad (2 \text{ б.})$$

Если школьник пройдёт вперёд n ступеней, то время подъёма составит

$$t_2 = \frac{L - n \cdot l}{u} = t_1 - \frac{n \cdot l}{u}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Аналогичное выражение в случае, если школьник пройдёт вперёд N ступеней, имеет вид:

$$t_3 = \frac{L - N \cdot l}{u} = t_1 - \frac{N \cdot l}{u}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

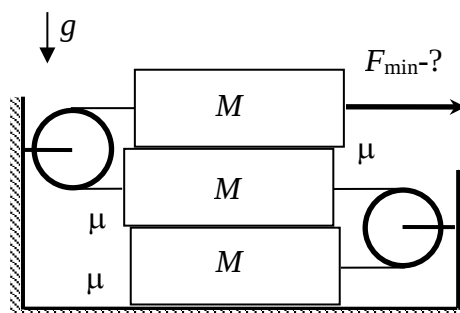
Выразив отношение l/u из (1), и подставив его в (2), найдём

$$t_3 = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{N}{n}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив сюда численные значения, получим

$$\text{ответ: } t_3 = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{N}{n} = 30 \text{ (с)}. \quad (2 \text{ б.})$$

2. Три бруска одинаковой массы M положили друг на друга. Бруски попарно соединили нерастяжимыми нитями, которые перекинуты через блоки, как показано на рисунке. Определите минимальную силу, которую надо приложить к верхнему бруску для того, чтобы сдвинуть его с места. Нити не провисают, коэффициент трения между поверхностью любого бруска и касающейся его поверхностью равен μ . Ускорение свободного падения g .



Решение.

Запишем второй закон Ньютона для каждого бруска:

$$F - F_{\text{тр1}} - T_1 = Ma, \quad (1) \quad (1 \text{ б.})$$

$$T_1 - F_{\text{тр2}} - T_2 = Ma, \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

$$T_2 - F_{\text{тр}3} = Ma . \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

Здесь учтено, что бруски связанные нерастяжимыми нитями, перекинутыми через неподвижные блоки, будут двигаться с одинаковыми ускорениями a , (1 б.)

T_1 и T_2 — силы натяжения нитей, перекинутых, соответственно, через левый и правый блок. На верхний брусок снизу действует сила трения

$$F_{\text{тр}1} = \mu Mg . \quad (4) \quad (1 \text{ б.})$$

На средний и нижний брусок сила трения действует и сверху и снизу

$$F_{\text{тр}2} = \mu (Mg + 2Mg) = 3\mu Mg , \quad (5) \quad (1 \text{ б.})$$

$$F_{\text{тр}3} = \mu (2Mg + 3Mg) = 5\mu Mg . \quad (6) \quad (1 \text{ б.})$$

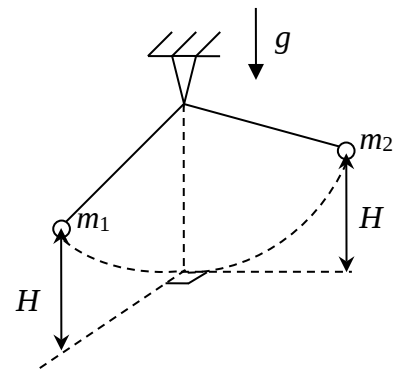
Сложив уравнения (1), (2) и (3), с учётом (4), (5) и (6), получим

$$F = 9\mu Mg + 3Ma . \quad (1 \text{ б.})$$

Поскольку брусок сдвинется если $a \geq 0$, минимальная сила, необходимая для этого равна

$$\text{ответ: } F_{\text{min}} = 9\mu Mg . \quad (2 \text{ б.})$$

3. К одной точке прикреплены два маятника, представляющие собой маленькие шарики массой m_1 и m_2 , закрепленные на легких нерастяжимых нитях одинаковой длины. Маятники одинаково отклоняют в перпендикулярных плоскостях так, что каждый шарик поднимается на высоту H , и одновременно отпускают. Двигаясь вниз, шарики сталкиваются и слипаются. На какую максимальную высоту h поднимутся слипшиеся шарики в процессе последующего движения? Влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

Поскольку шарики отпускают с одинаковой высоты, в момент перед столкновением их скорости одинаковы и могут быть определены, например, из закона сохранения энергии

$$v_0 = \sqrt{2gH} . \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Направим оси OX и OY вдоль направлений движения шариков с массой m_1 и m_2 , соответственно. Закон сохранения импульса в проекциях на эти направления имеет вид:

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_1) v_x , \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

$$m_2 v_0 = (m_1 + m_1) v_y , \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

где v_x и v_y — соответствующие компоненты скорости слипшихся шариков.

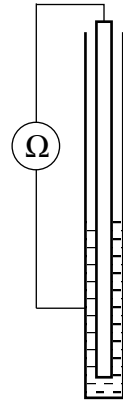
Аналогично, например, из закона сохранения энергии после соударения следует:

$$h = \frac{v_x^2 + v_y^2}{2g} . \quad (4) \quad (2 \text{ б.})$$

Выразив v_x и v_y из уравнений (1), (2) и (3), и подставив в (4), получим

$$\text{ответ: } h = H \frac{m_1^2 + m_2^2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (2 \text{ б.})$$

4. В высокий металлический цилиндрический сосуд соосно вставлен металлический цилиндрический стержень, диаметр которого немного меньше внутреннего диаметра внешнего цилиндра. Пространство между цилиндром и стенкой частично заполнили проводящей жидкостью так, что зазор оказался заполненным на высоту, много большую, чем диаметр стержня. Измерили сопротивление между стержнем и стенкой. Оно оказалось равным R_1 . В зазор опять долили жидкость так, что высота столба жидкости удвоилась. При этом сопротивление оказалось равным R_2 . Каким будет сопротивление между стержнем и цилиндром, если опять долить жидкость так, чтобы высота столба жидкости удвоилась относительно предыдущего шага?



Решение.

Сопротивление R_2 будет определяться как параллельно соединённые сопротивление R_1 и неизвестное сопротивление r долитой жидкости некоторой высоты h :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r}. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Поскольку, сопротивление жидкости, представляющей собой проводник длиной l и площадью сечения S , определяется формулой $R = \rho l/S$, то при увеличении высоты столба жидкости в два раза также удваивается площадь заполненного зазора между стержнем и боковыми стенками сосуда. Соответственно в два раза уменьшается сопротивление этой части: $r' = r/2$. (2 б.)

Сопротивление R_3 будет определяться как параллельно соединённые сопротивление R_2 и сопротивление r' долитой жидкости высоты $2h$:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r'} = \frac{1}{R_2} + \frac{2}{r}. \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

Выразив r из (1) и подставив в (2), найдём

$$\text{ответ: } R_3 = \frac{R_1 R_2}{3R_1 - 2R_2}. \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 11 класс.

1. Прямоугольный параллелепипед сделан из проводящего материала и имеет объем V . Школьник измерял сопротивление между противоположными гранями этого параллелепипеда и получил три разных значения R_1 , R_2 и R_3 . Найти, чему равно удельное сопротивление материала, из которого изготовлен параллелепипед.

Решение.

Обозначим длины сторон параллелепипеда a , b и c , так, что сопротивления R_1 , R_2 и R_3 измерены между гранями, находящимися на расстоянии a , b и c друг от друга, соответственно. Тогда

$$R_1 = \rho \frac{a}{bc}, \quad (1)$$

$$R_2 = \rho \frac{b}{ac}, \quad (2)$$

$$R_3 = \rho \frac{c}{ab}, \quad (3)$$

где ρ — искомое удельное сопротивление. (5 б.)

Объем параллелепипеда V равен

$$V = abc. \quad (4) \quad (1 \text{ б.})$$

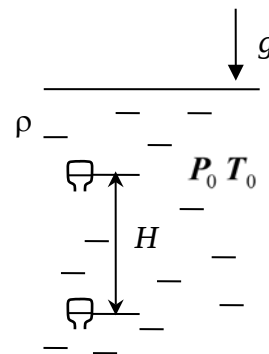
Удельное сопротивление ρ можно найти из системы четырех уравнений (1) – (4) с четырьмя неизвестными ρ , a , b , c . Проще всего это сделать, перемножив (1), (2) и (3):

$$R_1 R_2 R_3 = \rho^3 \frac{abc}{bc \cdot ab \cdot ac} = \frac{\rho^3}{abc} = \frac{\rho^3}{V}, \quad (2 \text{ б.})$$

откуда получим

$$\text{ответ: } \rho = \sqrt[3]{R_1 R_2 R_3 V}. \quad (2 \text{ б.})$$

2. Открытая стеклянная маленькая баночка с некоторым количеством воздуха внутри ориентирована вверх дном и находится в равновесии в бассейне на некоторой глубине в воде плотности ρ . В этом месте давление воды P_0 . Температура воды в бассейне T_0 . Воду в бассейне нагрели, при этом баночка медленно переместилась (без изменения её ориентации) на величину H вниз и снова оказалась в равновесии. На какую величину ΔT повысили температуру воды в бассейне? Ускорение свободного падения g . Температурной зависимостью плотности воды пренебречь.



Решение.

Баночка находится в равновесии, когда действующая на неё сила тяжести mg уравнивается силой Архимеда ρgV :

$$mg = \rho gV, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

где m — масса баночки, V — объём воздуха в ней. Поскольку баночка была в равновесии до нагревания воды и осталась в равновесии после нагревания, то условие (1) выполняется и до нагревания, и после него. Следовательно,

$$\text{объём воздуха в баночке } V \text{ не изменился в процессе нагревания.} \quad (2 \text{ б.})$$

Из уравнения Клапейрона — Менделеева

$$PV = \nu RT \quad (1 \text{ б.})$$

и из неизменности объёма воздуха V и количества воздуха в молях ν следует, что отношение давления P к температуре T воздуха в баночке не изменилось:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_0}{T_0}, \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

где P_1 и T_1 — давление и температура воздуха в баночке после нагревания. Давление увеличилось на величину

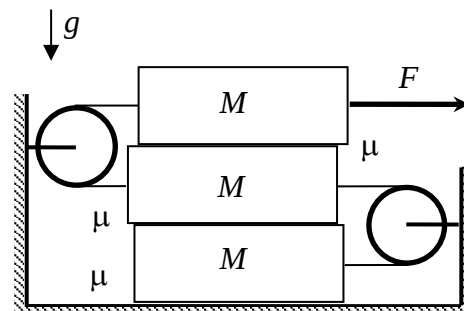
$$P_1 - P_0 = \rho gH. \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

Из (2) и (3) находим искомое изменение температуры ΔT :

$$\Delta T = T_1 - T_0 = \frac{P_1}{P_0} T_0 - T_0 = \frac{P_0 + \rho gH}{P_0} T_0 - T_0 = \frac{\rho gH}{P_0} T_0.$$

$$\text{Ответ: } \Delta T = \frac{\rho gH}{P_0} T_0. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Три бруска одинаковой массы M положили друг на друга. Бруски попарно соединили нерастяжимыми нитями, которые перекинуты через блоки, как показано на рисунке. Верхний брусок потянули с силой F , и система пришла в движение. Определите ускорение нижнего бруска. Нити не провисают, коэффициент трения между поверхностью любого бруска и касающейся его поверхностью равен μ . Ускорение свободного падения g .



Решение.

Сила трения между верхним и средним брусками равна μMg , между средним и нижним брусками равна $\mu \cdot 2Mg$, и между нижним бруском и полом равна $\mu \cdot 3Mg$. (2 б.)

Следовательно, суммарная сила трения, действующая на верхний брусок, равна μMg , на средний брусок — равна $3\mu Mg$, на нижний брусок — равна $5\mu Mg$. (2 б.)

Все бруски движутся с одинаковым (по модулю) ускорением, так как нити нерастяжимы и блоки неподвижны. (1 б.)

Обозначив ускорение брусков a , натяжение нити между верхним и средним брусками T_1 , натяжение нити между средним и нижним брусками T_2 , запишем 2-й закон Ньютона для верхнего бруска:

$$Ma = F - T_1 - \mu Mg, \quad (1) \quad (1 \text{ б.})$$

для среднего бруска:

$$Ma = T_1 - T_2 - 3\mu Mg, \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

и для нижнего бруска:

$$Ma = T_2 - 5\mu Mg. \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

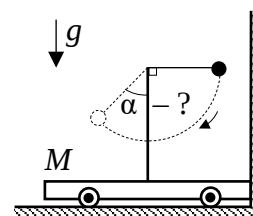
Чтобы найти ускорение a из системы уравнений (1) – (3), сложим эти уравнения:

$$3Ma = F - 9\mu Mg,$$

откуда получим

$$\text{ответ: } a = \frac{F}{3M} - 3\mu g. \quad (2 \text{ б.})$$

4. На горизонтальной поверхности вплотную к стене стоит тележка массы M . В центре тележки закреплён вертикальный стержень, к которому одним концом привязана нерастяжимая нить. К другому концу нити привязан маленький грузик массы m . Грузик отклонили вправо в сторону стены на угол 90° и отпустили. На какой максимальный угол α отклонится нить влево в процессе движения системы? Считать, что в процессе движения тележка не наклоняется. Трением и влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

После того, как грузик отпустили, на тележку действуют: сила тяжести (вертикально вниз), сила реакции со стороны пола (вертикально вверх), сила реакции со стороны стены (по горизонтали влево, пока тележка касается стены) и сила натяжения нити. Пока груз находится справа от точки подвеса, горизонтальная проекция силы натяжения нити, действующей на тележку, направлена вправо и скомпенсирована силой реакции стены. Поэтому

пока груз не достиг нижней точки траектории, тележка неподвижна. (1 б.)

Скорость грузика v в момент прохождения нижней точки направлена по горизонтали и находится из закона сохранения энергии: $mv^2/2 = mgl$, где l — длина нити, откуда

$$v = \sqrt{2gl}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

После того, как грузик прошёл нижнюю точку траектории, тележка пришла в движение. (1 б.)

Действительно, когда грузик оказался слева от точки подвеса, горизонтальная проекция силы натяжения нити, действующей на тележку, направлена влево и не может быть скомпенсирована силой реакции стены.

При движении тележки сохраняется горизонтальная проекция импульса системы "тележка + грузик", равная mv , а также энергия системы, равная $mv^2/2$ (потенциальную энергию грузика будем отсчитывать от нижней точки его траектории). В тот момент, когда нить отклонится влево на максимальный угол α , грузик неподвижен относительно тележки, а значит, скорость грузика равна скорости тележки. Обозначив эту скорость u , запишем закон сохранения горизонтальной проекции импульса:

$$mv = (M + m)u \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

и закон сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = (M + m)\frac{u^2}{2} + mgl(1 - \cos \alpha). \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

(Величина $l(1 - \cos \alpha)$ в последнем слагаемом в (3) — это высота, на которую поднялся грузик в момент максимального отклонения влево.) Из (1) и (2) найдём скорость u :

$$u = \frac{m}{M + m}v = \frac{m}{M + m}\sqrt{2gl}.$$

Подставив это значение u в (3) и заменив $mv^2/2$ на mgl согласно (1), получим:

$$mgl = (M + m)\frac{m^2}{(M + m)^2}\frac{2gl}{2} + mgl(1 - \cos \alpha),$$

откуда, выразив угол α , найдём

$$\text{ответ: } \alpha = \arccos \frac{m}{M + m}. \quad (2 \text{ б.})$$